МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ 2019 год, том 31, номер 12, стр. 86-96

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСЧЁТА ПОЕЗДОК ПАССАЖИРОВ НА МАРШРУТЕ ПО ДАННЫМ ВХОДА И ВЫХОДА

В.Н. Ембулаев

Владивостокский государственный университет экономики и сервиса (ВГУЭС) Vladimir.Embulaev@vvsu.ru

DOI: 10.1134/S0234087919120074

Случайная величина поездок пассажиров между двумя любыми остановочными пунктами на маршруте (корреспонденции пассажиров) представляет собой дискретную величину. Для каждого значения дискретной случайной величины вычисляется её вероятность. В качестве решения задачи определения числа корреспондирующих пассажиров между двумя остановочными пунктами на маршруте принимается то значение случайной величины, вероятность которого максимальна.

Ключевые слова: пассажиропотоки, случайная величина, вероятность события, закон распределения, наивероятнейшее число.

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODEL OF CALCULATION OF A TRAVEL ROUTE ACCORDING TO THE ENTRY AND EXIT

V.N. Embulaev

Vladivostok State University of Economics and Services, Vladivostok

The random value of passenger travel between any two stopping points on the route (passenger correspondence) is a discrete value. For each value of a discrete random variable, its probability is calculated. As a solution to the problem of determining the number of corresponding passengers between two stopping points on the route, the value of a random variable is taken, the probability of which is the maximum.

Key word: passengers flows, casual magnitude, probability of event, law of distribution, most probable number.

1. Введение

Организация и управление перевозками пассажиров по маршрутам крупного города всегда представляло сложности [1, 2]. Однако, как считают специалисты, данные проблемы можно решить за счёт наиболее рационального использования имеющихся в наличии и готовых к эксплуатации транспортных средств (ТС) на основе координированного управления работой всеми видами городского пассажирского транспорта крупного города [3, 4].

Анализ постановки и решения задачи координированного управления транспортной системой крупного города показал, что в процессе управления решаются различные транспортные задачи перспективного, текущего и оперативного управления [5]. При этом вся информационная база делится на три основных массива: условно-постоянный (данные о маршрутной сети и о составе ТС), нормативный (экономические показатели) и переменный (данные о пассажиропотоках и на их основе определяемые количественные и качественные показатели работы транспортной системы). Отмечено, что основной проблемой при координированном управлении всей транспортной системой крупного города является процесс получения информации о пассажиропотоках, которые меняются как во времени, так и в пространстве, и потому требуется автоматизация и механизация её получения.

Известно, что наибольших достижений в целях автоматизации и механизации получения информации о пассажиропотоках является фиксация при помощи технических средств данных входа ($a_i, 1 \le i \le n$) и выхода (b_j, $1 \le j \le n$) пассажиров на каждом остановочном пункте (ОП) маршрута (где n – число ОП на маршруте) [6]. При этом к числу малоисследованных задач относится задача обработки данных входа-выхода с получением информации о распределении пассажиропотоков по маршруту (x_{ij}, $i \le j$), т.е. определения количества пассажиров, которые осуществили поездки между каждой парой остановок (i,j) по маршруту в течение, например, одного рейса. Этим и определена задача разработки математической модели расчёта поездок пассажиров между каждой парой ОП по маршруту на основе данных входа и выхода.

2. Постановка задачи

При сборе данных входа и выхода на остановках маршрута информация о пути следования каждым пассажиром в отдельности остаётся неизвестной, поэтому такие передвижения можно считать случайными и не зависимыми от выбора путей следования другими пассажирами. Такое замечание позволяет принять следующее предположение: выбор каждым пассажиром пути передвижения (i,j) по маршруту, т.е. вход пассажира в салон ТС на i-м ОП и его выход на j-м ОП, является случайным и не зависит от выбора другими пассажирами своего пути передвижения по маршруту. Такое предположение позволяет допускать, что во время стоянки ТС на ОП маршрута для каждого пассажира в салоне событие выйти на этом ОП или поехать дальше можно считать равновероятным.

Таким образом, решение задачи определения элементов маршрутных корреспонденций пассажиропотоков по данным входа-выхода требует вероятностной интерпретации.

Во время стоянки ТС на *j*-м ОП вначале из всех подъехавших с предыдущего (*j*–1)-го ОП, количество которых обозначим через Q_{j-1}, выходит группа в количестве b_j пассажиров, а затем входит в салон группа из a_j пассажиров. При отправлении ТС от *j*-го ОП в салоне будет находиться Q_j пассажиров, число которых определяется по формуле:

$$Q_j = (Q_{j-1} - b_j) + a_j = \sum_{r=1}^{j} (a_r - b_r)\,.$$

Так как во время стоянки ТС на *i*-м ОП в салон вошло a_i пассажиров, то не исключено, что некоторые из них могут выйти на (*i*+1)-м ОП, что соответствует числу пассажиров, которые совершили поездку от *i*-го до (*i*+1)-го ОП, которое обозначим через $x_{i,i+1}$. И если это число вычесть из всех вошедших на *i*-м ОП, то получим оставшихся пассажиров, которые и продолжат свои поездки дальше по маршруту, т.е. потенциально корреспондирующие от *i*-го ОП. Обозначим это число через $a_{i,i+1}$, которое вычисляется следующим образом: $a_{i,i+1} = a_i - x_{i,i+1}$.

В целом, для любых *i* и *j* данная величина вычисляется по формуле:

$$a_{ij} = a_i - \sum_{r=i+1}^{j-1} x_{ir}\,,$$

причём для $j = i$ $a_{ij} = a_{ii} = a_i$.

Другими словами, a_{ij} – это число оставшихся пассажиров из всех вошедших на *i*-м ОП. Оно определяется вычитанием из a_i всех тех, которые уже совершили на маршруте поездки (*i*, *i*+1) – $x_{i,i+1}$, (*i*, *i*+2) – $x_{i,i+2}$, ..., (*i*, *j*–1) – $x_{i,j-1}$.

В перевозочном процессе по маршруту, когда на *j*-м ОП стояло ТС, внутри салона находилось Q_{j-1} пассажиров, среди которых имелись и вошедшие на *i*-м ОП – a_{ij}. В результате пассажирообмена на ОП вместе с b_j могли выйти и те пассажиры, которые вошли в салон ТС на *i*-м ОП, т.е. из группы a_{ij}. В этом случае число x_{ij}, которое одновременно будет принадлежать a_{ij} и b_j, и является искомой величиной.

Если таким образом определить все поездки пассажиров между двумя любыми ОП на маршруте, то их можно отобразить в виде таблицы элементов маршрутных корреспонденций пассажиров (см. табл. 1).

Таблица 1. Матрица элементов маршрутных корреспонденций пассажиропотоков.

Номера ОП входа	Номера ОП выхода							Вошло в ТС
	1	2	3	4	5	…	n	
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	…	x_{1n}	a_1
2		x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	…	x_{2n}	a_2
3			x_{33}	x_{34}	x_{35}	…	x_{3n}	a_3
4				x_{44}	x_{45}	…	x_{4n}	a_4
5					x_{55}	…	x_{5n}	a_5
.						…		
.						…		
.						…		
n							x_{nn}	a_n
Вышло	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	…	b_n	

Здесь n – число ОП на маршруте; a_i – число пассажиров, вошедших в ТС на i-м ОП; b_j – число пассажиров, вышедших из ТС на j-м ОП; x_{ij} – число корреспондирующих пассажиров от i-го до j-го ОП, $i \le j$.

Из табл.1 видно, что суммирование элементов по строкам соответствует данным входа, а суммирование по столбцам – данным выхода. В связи с этим математическая формализация постановки задачи определения x_{ij} по данным a_i и b_j заключается в следующем:

задана система линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{j=i}^{n} x_{ij} = a_i\,; \quad \sum_{i=1}^{j} x_{ij} = b_j\,; \quad x_{ij} \ge 0\,; \quad 1 \le i \le n\,,\ 1 \le j \le n\,, \tag{1}$$

причём выполняется условие

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \quad (\text{или } \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i}^{n} x_{ij} = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{j} x_{ij}\,). \tag{2}$$

Так как система (1) состоит из $2n$ уравнений с $n(n+1)/2$ неизвестными, то единственное решение возможно только при выполнении условия: $2n = n(n+1)/2$. Следовательно, единственное решение возможно при $n \le 3$, в то время как для $n > 3$ существует, вообще говоря, бесчисленное множество решений, и потому без дополнительного предположения относительно распределения пассажирских потоков между ОП маршрута нельзя получить однозначного решения данной задачи.

3. Вероятностный метод решения задачи

С учётом принятого предположения относительно поведения пассажиров при выборе пути передвижения по маршруту нетрудно заметить, что во время стоянки ТС на j-м ОП в салоне находилось Q_{j-1} пассажиров, из которых вышло b_j человек. Так как выход любой группы пассажиров из ТС в количестве b_j человек из всех подъехавших является равновозможным и несовместным событием, то общее число таких групп в различных комбинациях равно числу сочетаний из Q_{j-1} по b_j, т.е. $C_{Q_{j-1}}^{b_j}$.

Всех подъехавших пассажиров к j-му ОП (Q_{j-1}) можно разбить на две группы: одна группа состоит из тех пассажиров, которые вошли в салон ТС на i-м ОП и не вышли ранее j-го ОП (a_{ij}), а вторая группа – все остальные ($Q_{j-1} - a_{ij}$). Так как на j-м ОП вышло b_j человек, то среди них могут оказаться и те, которые принадлежат группе a_{ij}, – обозначим их через λ_{ij}. Очевидно, λ_{ij} является случайной величиной, которая принимает целочисленные значения. И группу λ_{ij} человек из a_{ij} можно выбрать $C_{a_{ij}}^{\lambda_{ij}}$ способами в различных комбинациях. Но для каждой определённой группы λ_{ij} остальных пассажиров ($b_j - \lambda_{ij}$) при этом можно выбрать $C_{Q_{j-1}-a_{ij}}^{b_j-\lambda_{ij}}$ различными способами. И тогда общее число благоприятствующих случаев будет равно $C_{a_{ij}}^{\lambda_{ij}} C_{Q_{j-1}-a_{ij}}^{b_j-\lambda_{ij}}$.

На основании изложенного нетрудно определить вероятность того, что среди вышедших b_j пассажиров группе a_{ij} будет принадлежать ровно λ_{ij} человек:

$$P_{b_j}(\lambda_{ij}) = \frac{C_{a_{ij}}^{\lambda_{ij}} C_{Q_{j-1}-a_{ij}}^{b_j-\lambda_{ij}}}{C_{Q_{j-1}}^{b_j}}. \tag{3}$$

При этом возможны два случая: 1) когда $a_{ij} \geq b_j$ и 2) когда $a_{ij} \leq b_j$.

Случай, когда $a_{ij} \geq b_j$. Возможны следующие ситуации и соответственно число их сочетаний:

$$
\begin{array}{llll}
b_j \in a_{ij} & \text{и} \quad 0 \in (Q_{j-1} - a_{ij}), & C_{a_{ij}}^{b_j} & \text{и} \quad C_{Q_{j-1}-a_{ij}}^{0}; \\
(b_j - 1) \in a_{ij} & \text{и} \quad 1 \in (Q_{j-1} - a_{ij}), & C_{a_{ij}}^{b_j-1} & \text{и} \quad C_{Q_{j-1}-a_{ij}}^{1}; \\
 & \quad \vdots & & \quad \vdots \\
(b_j - k) \in a_{ij} & \text{и} \quad k \in (Q_{j-1} - a_{ij}), & C_{a_{ij}}^{b_j-k} & \text{и} \quad C_{Q_{j-1}-a_{ij}}^{k},
\end{array}
$$

где $k = \min[b_j, (Q_{j-1} - a_{ij})]$.

В этом случае величина λ_{ij} может принимать целочисленные значения на интервале $(b_j - k) \le \lambda_{ij} \le b_j$. Так как

$$(b_j - k) = (b_j - \min[b_j, (Q_{j-1} - a_{ij})]) = \max[(b_j - b_j), (b_j - Q_{j-1} + a_{ij})] =$$

$$= \max[0, (b_j + a_{ij} - Q_{j-1})],$$

то интервал изменения случайной величины λ_{ij} при $a_{ij} \ge b_j$ имеет следующий вид:

$$\max[0, (b_j + a_{ij} - Q_{j-1})] \le \lambda_{ij} \le b_j. \tag{4}$$

Случай, когда $a_{ij} \le b_j$. Возможны следующие ситуации и соответственно число их сочетаний:

$$
\begin{array}{llll}
a_{ij} \in a_{ij} & \text{и} \quad (b_j - a_{ij}) \in (Q_{j-1} - a_{ij}), & C_{a_{ij}}^{a_{ij}} & \text{и} \quad C_{Q_{j-1}-a_{ij}}^{b_j-a_{ij}}; \\
(a_{ij} - 1) \in a_{ij} & \text{и} \quad (b_j - a_{ij} + 1) \in (Q_{j-1} - a_{ij}), & C_{a_{ij}}^{a_{ij}-1} & \text{и} \quad C_{Q_{j-1}-a_{ij}}^{b_j-a_{ij}+1}; \\
 & \quad \vdots & & \quad \vdots \\
(a_{ij} - k) \in a_{ij} & \text{и} \quad (b_j - a_{ij} + k) \in (Q_{j-1} - a_{ij}), & C_{a_{ij}}^{a_{ij}-k} & \text{и} \quad C_{Q_{j-1}-a_{ij}}^{b_j-a_{ij}+k},
\end{array}
$$

где $k = \min[a_{ij}, (Q_{j-1} - a_{ij}) - (b_j - a_{ij})] = \min[a_{ij}, (Q_{j-1} - b_j)]$.

В этом случае величина λ_{ij} может принимать целочисленные значения на интервале $(a_{ij} - k) \le \lambda_{ij} \le a_{ij}$. Так как

$$(a_{ij} - k) = (a_{ij} - \min[a_{ij}, (Q_{j-1} - b_j)]) =$$

$$= \max[(a_{ij} - a_{ij}), (a_{ij} - Q_{j-1} + b_j)] = \max[0, (b_j + a_{ij} - Q_{j-1})],$$

то интервал изменения случайной величины λ_{ij} при $a_{ij} \le b_j$ имеет следующий вид:

$$\max[0, (b_j + a_{ij} - Q_{j-1})] \le \lambda_{ij} \le a_{ij}. \tag{5}$$

Выражения (4) и (5) можно записать в общем виде:

$$\max[0,\ (b_j + a_{ij} - Q_{j-1})] \le \lambda_{ij} \le \min[a_{ij},\ b_j]. \quad (6)$$

В этом случае из всех целых чисел λ_{ij} на отрезке (6) в качестве единственной искомой величины x_{ij} можно принять то значение, для которой вероятность, вычисленная по формуле (3), достигает своего максимального значения по аргументу λ_{ij}:

$$x_{ij} = \max_{\lambda_{ij}} P_{b_j}(\lambda_{ij}).$$

Раз x_{ij} является наивероятнейшим числом для случайной величины λ_{ij}, то для двух рядом стоящих чисел $(x_{ij} - 1)$ и $(x_{ij} + 1)$ должны выполняться следующие неравенства [7]:

$$P_{b_j}(x_{ij} - 1) / P_{b_j}(x_{ij}) \le 1 \quad \text{и} \quad P_{b_j}(x_{ij}) / P_{b_j}(x_{ij} + 1) \ge 1.$$

Раскрывая эти неравенства, приходим к следующим выражениям:

$$\frac{P_{b_j}(x_{ij} - 1)}{P_{b_j}(x_{ij})} = \frac{x_{ij}(Q_{j-1} - a_{ij} - b_j + x_{ij})}{(a_{ij} - x_{ij} + 1)(b_j - x_{ij} + 1)} \le 1,$$

$$\frac{P_{b_j}(x_{ij})}{P_{b_j}(x_{ij} + 1)} = \frac{(x_{ij} + 1)(Q_{j-1} - a_{ij} - b_j + x_{ij} + 1)}{(a_{ij} - x_{ij})(b_j - x_{ij})} \ge 1.$$

Решение же этих неравенств относительно x_{ij} приводит к следующему результату:

$$\frac{(a_{ij} + 1)(b_j + 1)}{Q_{j-1} + 2} - 1 \le x_{ij} \le \frac{(a_{ij} + 1)(b_j + 1)}{Q_{j-1} + 2}.$$

А при больших значениях a_{ij}, b_j и Q_{j-1} данное выражение, отбрасывая 1 и 2 в этих неравенствах, можно записать в следующем виде:

$$\frac{a_{ij} b_j}{Q_{j-1}} - 1 \le x_{ij} \le \frac{a_{ij} b_j}{Q_{j-1}}.$$

Из этого двойного неравенства следует, что для вычисления элементов x_{ij}

можно применять следующую формулу, округляя значения до целого числа:

$$x_{ij} = \frac{a_{ij} b_j}{Q_{j-1}}.$$

И в целом математическая модель вычисления x_{ij}, с учётом специфики формирования таблицы элементов маршрутных корреспонденций пассажиропотоков (см. табл. 1), будет иметь следующий вид:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ если } i = j; \\ b_j - \sum\limits_{r=1}^{j-2} x_{rj}, \text{ если } j = i+1; \\ a_i - \sum\limits_{r=i}^{j-1} x_{ir}, \text{ если } j = n; \\ (a_{ij} b_j) / Q_{j-1} \text{ при всех других } i \text{ и } j. \end{cases}$$

4. Решение задачи по схеме Бернулли

Из принятого предположения относительно поведения пассажиров при выборе пути передвижения по маршруту следует, что при подходе ТС к *j*-му ОП для каждого пассажира из всех находящихся в салоне события выйти на этом остановочном пункте либо поехать дальше считаются равновероятными. Следовательно, для каждого пассажира вероятность события выйти на *j*-м ОП равна $p = 1/2$ (и, соответственно, вероятность не выйти, т.е. поехать дальше: $q = 1/2$). И тогда можно по формуле Бернулли определить вероятность того, что на конкретной остановке из всех возможных выйдет λ_{ij} пассажиров

$$P_m(\lambda_{ij}) = C_m^{\lambda_{ij}} p^{\lambda_{ij}} q^{m-\lambda_{ij}}, \quad (7)$$

где m – число целых чисел на отрезке (6), которое можно определить вычислением длины данного отрезка, т.е.

$$m = \min[a_{ij},\ b_j] - \max[0,\ (a_{ij} + b_j - Q_{j-1})]. \quad (8)$$

Так как в данном случае $p = q$, то формулу (7) можно записать в следующем виде: $P_m(\lambda_{ij}) = C_m^{\lambda_{ij}} p^{\lambda_{ij}} p^{m-\lambda_{ij}} = C_m^{\lambda_{ij}} p^m$. Это означает, что численное значение вероятности случайной величины λ_{ij} на отрезке (6) зависит в основном от биномиального коэффициента $C_m^{\lambda_{ij}}$. Следовательно, в качестве решения можно брать то значение λ_{ij}, для которого биномиальный коэффициент $C_m^{\lambda_{ij}}$ будет наибольшим по аргументу λ_{ij}, т.е.

$$x_{ij} = \max_{\lambda_{ij}} \frac{m!}{\lambda_{ij}!\ (m-\lambda_{ij})!}.$$

Согласно теории комбинаторики, эта величина при равенстве $p = q$ достигает своего максимального значения на середине отрезка (6):

$$x_{ij} = (\min[a_{ij},\ b_j] + \max[0,\ (a_{ij} + b_j - Q_{j-1})])/2. \quad (9)$$

С другой стороны, известно, что наивероятнейшее число λ_{ij} при решении задач с использованием схемы Бернулли можно определить из двойного неравенства: $mp - p \le \lambda_{ij} \le mp + q$ [7]. Так как $p = q$, то двойное неравенство можно записать в следующем виде: $mp - p \le \lambda_{ij} \le mp + p$, или $\left|\lambda_{ij} - mp\right| \le p$, т.е. разность между λ_{ij} и значением *mp* не должна превышать $1/2$ по абсолютной величине. А это означает, что наивероятнейшее число λ_{ij} на отрезке (6) можно определить выражением *mp*, округлив его до ближайшего целого числа. С учётом формулы (8) и $p = 1/2$, имеем

$$x_{ij} = mp = (\min[a_{ij},\ b_j] - \max[0,\ (a_{ij} + b_j - Q_{j-1})])/2. \quad (10)$$

Из анализа выражений (9) и (10) вытекает, что правые их части могут быть равны в том и только в том случае, если будет выполняться равенство $\max[0,\ (a_{ij} + b_j - Q_{j-1})] = 0$, т.е. выражение $(a_{ij} + b_j - Q_{j-1})$ должно быть не больше нуля. Если это так, то отрезок возможных решений (6) задачи (1),(2) имеет следующее выражение: $0 \le \lambda_{ij} \le \min[a_{ij},\ b_j]$.

5. Заключение

Для того чтобы убедиться, что левая граница отрезка возможных решений (6) задачи (1),(2) равняется нулю, рассмотрим следующий пример. Пусть в результате фиксации данных входа-выхода на маршруте с 10 остановочными пунктами были получены следующие исходные данные: a_i={46; 22; 2; 6; 4; 14; 15; 13; 11; 0} и b_j={0; 9; 11; 7; 10; 5; 21; 28; 25; 17} соответственно.

Так как решением задачи (1),(2) является любое целое число из интервала (6), то для проверки справедливости полученного вывода вначале вычислим значения x_{ij} с использованием предложенной в данной статье математической модели. В конечном итоге получим численные значения элементов маршрутных корреспонденций пассажиропотоков, отображённые в табл.2.

Таблица 2. Матрица элементов маршрутных корреспонденций пассажиропотоков (значения x_{ij}).

Номера остановок входа	Номера остановок выхода										Вошло в ТС
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	0	9	6	4	5	3	10	5	2	2	46
2		0	5	3	5	2	4	2	1	0	22
3			0	0	0	0	1	1	0	0	2
4				0	0	0	3	2	1	0	6
5					0	0	2	1	1	0	4
6						0	1	7	3	3	14
7							0	10	4	1	15
8								0	13	0	13
9									0	11	11
10										0	0
вышло	0	9	11	7	10	5	21	28	25	17	133

Далее, используя формулу $a_{ij}=a_i-\sum\limits_{r=i+1}^{j-1} x_{ir}$, определим численные значения элементов потенциально корреспондирующих пассажиров между двумя любыми остановочными пунктами на маршруте и отобразим их в табл.3.

Таблица 3. Матрица элементов потенциально корреспондирующих пассажиров между двумя остановочными пунктами на маршруте (значения a_{ij}).

Номера остановок входа	Номера остановок выхода									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	46	37	31	27	22	19	9	4	2	0
2		22	17	14	9	7	3	1	0	0
3			2	2	2	2	1	0	0	0
4				6	6	6	3	1	0	0
5					4	4	2	1	0	0
6						14	13	6	3	0
7							15	5	1	0
8								13	0	0
9									11	0
10										0

И, наконец, вычислим значения $z_{ij}=a_{ij}+b_j-Q_{j-1}$ только для тех i и j, для которых вычисление элементов пассажирских корреспонденций по описанному алгоритму в данной статье определялись по формуле $x_{ij}=(a_{ij}b_j)/Q_{j-1}$. Эти значения разместим в табл.4, из которой видно, что все $z_{ij}\le 0$, в чём и требовалось убедиться.

Таблица 4. Матрица значений величин, определяемых при вычислении интервала возможных решений (значения z_{ij}).

Номера остановок входа	Номера остановок выхода								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	–	–	–11	–12	–12	–16	–12	–9	–2	–
2		–	–	–26	–25	–29	–24	–16	–5	–
3			–	–	–37	–36	–29	–19	–6	–
4				–	–	–32	–25	–15	–5	–
5					–	–	–27	–16	–5	–
6						–	–	–5	0	–
7							–	–	–1	–
8								–	–	–
9									–	–
10										–

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *В.А. Федоров*. Современные задачи и проблемы натурных обследований пассажиропотоков (на примере Санкт-Петербурга) // Молодой учёный, 2015, № 2, с.333-342;
V.A. Fedorov. Sovremennye zadachi i problemy naturnykh obsledovanii passazhiropotokov (na primere Sankt-Peterburga) // Molodoi uchenyi, 2015, № 2, s.332-342.
2. *К.П. Андреев, В.В. Терентьев.* Пассажирские перевозки и оптимизация городской маршрутной сети // Мир транспорта. – М.: МГУПС, 2017, № 2, с.159-161;
K.P. Andreev, V.V. Terentev. Passazhirskie perevozki i optimizatsiia gorodskoi marshrutnoi seti // Mir transporta. – M,: MGUPS, 2017, № 2, s.159-161.
3. *А.П. Носов.* Управление качеством работы городского пассажирского транспорта с использованием транспортной модели // Логистика сегодня, 2015, №1, с.38-47;
A.P. Nosov. Upravlenie kachestvom raboty gorodskogo passazhirskogo transporta s ispolzovaniem transportnoi modeli // Logistika segodnia. 2015, № 1, s.38-47.
4. *Х.А. Фасхиев.* Эффективный автобус для городских перевозок: как осуществлять выбор? // Логистика сегодня, 2017, №4, с.274-288;
Kh.A. Faskhiev. Effektivnyi avtobus dlia gorodskikh perevozok: kak osushchestvliat vybor? // Logistika segodnia, 2017, № 4, s.274-288.
5. *В.Н. Ембулаев, О.Г. Дегтярёва, Н.П. Белозерцева.* Системный подход в теории и практике организации городских пассажирских перевозок. – Владивосток: ВГУЭС, 2013, 220 с.;
V.N. Embulaev, O.G. Degtiareva, N.P. Belozertseva. Sistemnyi podkhod v teorii i praktike organizathii gorodskikh passazhirskikh perevozok. – Vladivostok:VGUES, 2013, 220 s.
6. *К.П. Андреев, В.В. Терентьев, С.Н. Кулик.* Обследование пассажиропотоков на городских автобусных маршрутах // Новая наука: проблемы и перспективы. – Уфа: ООО «Агентство международных исследований», 2016, № 2, с.159-161;
K.P. Andreev, V.V. Terentev, S.N. Kulik. Obsledovanie passazhiropotokov na gorodskikh avtobusnykh marshrutakh // Novaia nauka: problem i perspektivy. – Ufa: OOO «Agenstvo mezhdunarodnykh issledovanii», 2016, № 2, s.159-161.
7. *В.Е. Гмурман.* Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Юрайт, 2019, 479с.
V.E. Gmurman. Teoriia veroiatnostei i matematicheskaia statistika. – M.: IUraiat, 2019, 479 s.

Поступила в редакцию 15.04.2019
После доработки 15.04.2019
Принята к публикации 01.07.2019